

Relation between Loss Factor and
Window Function in FFT Analyzer○中沢 貞夫
Sadao Nakazawa
(株)小野測器井上 茂
Shigeru Inoue
(財)日本自動車研究所

概要：損失係数の測定の際、FFTで使用するウィンドウ関数が原因で発生する誤差についての議論はあまりなされていないようであるが、2層型制振材料ラウンドロビテストWGでも論議になり、実験も含めて検討を行った。

キーワード：FFT, ウィンドウ関数, 損失係数, ズーム分析

1. はじめに

損失係数測定の際、FFTのウィンドウ関数が原因で生じるとされる誤差について検討した。ウィンドウ関数については参考資料1に詳しいが、使用するウィンドウ関数により損失係数測定に下限値があることが予測される。ここでは実際にFFTによる実験結果からウィンドウ関数使用法を考察する。

2. 周波数応答関数推定における時間窓の影響

FFTで周波数応答関数求める場合は一般的にはランダム信号の場合は、入力端子にランダム信号を加えたときの入力信号と、出力信号間のクロススペクトルを入力のパワースペクトルで割って求めている。よく知られていることであるが、式(1)にその経過を示す。

$$\begin{aligned} \frac{X(k) \cdot Y(k)}{X(k) \cdot X(k)} &= \frac{X(k) \cdot X(k) H(k)}{X(k) \cdot X(k)} \\ &= \frac{X(k) \cdot X(k)}{X(k) \cdot X(k)} H(k) = H(k) \quad (1) \end{aligned}$$

ところが、入出力信号のFFTを行うときには、有限な長さのデータを切り出さな

ければならない。ただ切り出しただけではスペクトルの推定値が好ましくないのが分かっているため、一般的にはハニング窓の時間窓を掛ける。ただ切り出しただけの場合は、方形波の形の窓を掛けたことになる。従ってFFTで求められた周波数応答関数は式(1)ではなく式(2)の結果になる。

$$\begin{aligned} H(k) &= \frac{\text{FFT} \{x(n)w(n)\} \cdot \text{FFT} \{y(n)w(n)\}}{\text{FFT} \{x(n)w(n)\} \cdot \text{FFT} \{x(n)w(n)\}} \\ &= \frac{\{X(k) \cdot W(k)\} \cdot \{Y(k) \cdot W(k)\}}{\{X(k) \cdot W(k)\} \cdot \{X(k) \cdot W(k)\}} \quad (2) \end{aligned}$$

ここで

$x(n)$ は入力系列, $X(k)$ はそのFFT
 $y(n)$ は出力系列, $Y(k)$ はそのFFT

式(2)の右辺は式(1)のように簡単な形にはならない。しかし普通の時間窓関数のFFTはそんなに複雑ではなく、例えばハニング窓の場合は下記の(3)式の様に3項目だけになる。それに入力信号系列がランダム系列で、スペクトルが一様であることを利用すると、式(2)は次のような簡単な形になる。

$$H(k) = \frac{1}{1.5} \{0.25 \cdot H(k-1) + H(k) + 0.25 \cdot H(k+1)\}$$