正弦波ステップシフト法により、半値幅から損失係数を求める時の加振信号の入力条件について

平成３年１２月１２日
リオン株式会社
小白井敏明

１自由度共振系をモデルにし、この共振系を同一周波数の正弦波で一定時間加振して周波数応答関数又は加振力の出力信号のピーク値を読む。再び周波数をステップ状にシフトして同様に読み、これを繰り返して半値幅から損失係数を求める場合、正弦波の加振信号の与え方を検討する。

1. 加振の応答出力とその包絡線

加振信号を次式で与える（図1.参照）。

$$x(t) = \begin{cases} 0 & , t<0 , t>n\tau \\ a\sin\omega_o t & , 0\leqq t\leqq n\tau \end{cases}$$

但し $\tau = 2\pi/\omega_o$、$n = 1, 2, \cdots$ (1)

$\omega_o = 2\pi f_o$，f_oは周波数

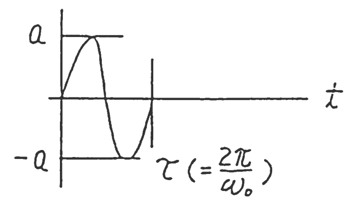

図1. 加振用入力信号

(1) 式はラプラス変換により

$$X(s) = L\ x(t) = a\omega_o\{1-\exp(-n\tau s)\}/(s^2+\omega_o^2) \quad (2)$$

１自由度共振系の周波数応答関数は次式で表現できる。

$$G(s) = Ts / \{(Ts)^2 + \eta Ts + 1\} \quad (3)$$

但し　η：損失係数、$1/T$：$G(s)$の共振周波数

(2)、(3) 式より時間領域の応答出力は、

$$y(t) = L^{-1}\ X(s)G(s) \quad (4)$$

$$= [-a\omega_o t / \{\alpha^2+(\eta\omega_o T)^2\}]\cdot[\alpha\cdot\exp(-\eta/2T)\cdot\cos(\beta t/T) + \eta\{1+(\omega_o T)^2\}\cdot\cos\omega_o t/2\beta - \eta\omega_o T\cdot\sin\omega_o t]\cdot L^{-1}[1-\exp(-n\tau s)] \quad (5)$$

但し　$\alpha = 1-(\omega_o T)^2$，$\beta = \sqrt{1-\eta^2/4}$

(3) 式の$G(s)$は、$\omega = 1/T$ の時最大（$1/\eta$）で位相変化及び遅延時間も最大となる。加振信号の周波数を　$\omega_o = 1/T$ にすると$y(t)$は最大応答時間となり、加振信号の入力の最悪条件となるため、この時の$y(t)$について検討すれば十分である。また損失係数ηが小さいほど$y(t)$の応答時間が長くなるため、ηが小さい時が問題である。この条件を考慮すると、$\omega_o T=1$，$\eta \ll 1$　より

$$\alpha = 1-(\omega_o T)^2 = 0 ,\quad \beta = \sqrt{1-\eta^2/4} = 1 \quad (6)$$

(5)，(6) 式より、最大応答時間の応答出力は

$$y(t) \fallingdotseq \begin{cases} a(\sin t/T)\{1-\exp(-\eta t/2T)\}/\eta & ,\ 0\leqq t\leqq n\tau \quad (7) \\ a(\sin t/T)\{1-\exp(-\eta t/2T)\}/\eta - a\{\sin(t-2\pi nT)\}\cdot[1-\exp\{-\eta(t-2\pi nT)\}]/\eta & ,\ t>n\tau \quad (8) \end{cases}$$

(7)，(8) 式より、求める包絡線$Y(t)$は、

$$Y(t) \fallingdotseq \begin{cases} a\{1-\exp(-\eta t/2T)\}/\eta & ,\ 0\leqq t\leqq n\tau \quad (9) \\ a\{\exp(\eta n\pi)-1\}\cdot\exp(-\eta t/2T) & ,\ t>n\tau \quad (10) \end{cases}$$

(9) 式は $n\tau$ の入力時間に包絡線が上昇し、(10)式は $n\tau$ 以後の休止時間に包絡線が下降する（図2.参照）。

(9) 式より、定常値a/ηのP_n%に上昇するのにn 波分の時間を要したとすると、

$$P_n \fallingdotseq 100\{1-\exp(-\eta n\pi)\} \quad (11)$$

または

$$n \fallingdotseq -0.733\log(1-P_n/100)/\eta \quad (12)$$

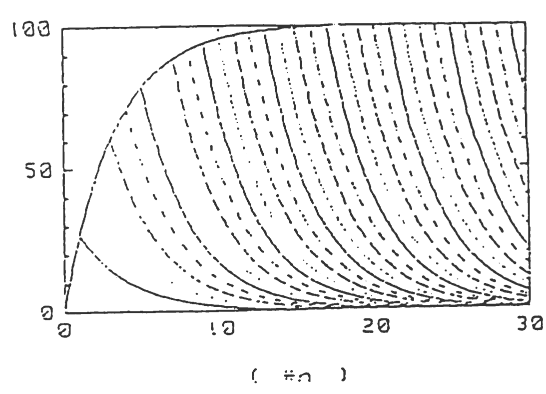

図2. $\eta=0.1$ の時の包絡線