

減衰系に取付ける単一質量動吸振器の  $H_{\infty}$  最適化設計のための計算式

浅見 敏彦 (兵庫県大)

Calculation of the  $H_{\infty}$  Optimized Design of a Single-Mass Dynamic Vibration Absorber Attached to a Damped Primary System

Toshihiko Asami (University of Hyogo)

動吸振器の最適化には次の三つの代表的な設計規範がある:  $H_{\infty}$  最適化,  $H_2$  最適化, および安定度最大化. これらの規範に基づく動吸振器設計の歴史は長く, 最近では多重質量から成る動吸振器の設計に興味が移ってきているが, 実は最も基本的な単一質量動吸振器の  $H_{\infty}$  最適化規範においては, 最適解に与える主系減衰の影響の理解が十分ではない. 著者は減衰のある系に取り付ける直列型二重動吸振器に対する厳密な  $H_{\infty}$  代数解の発見に成功しているが, 本研究では, このときの手法を単一質量型動吸振器の  $H_{\infty}$  最適化に応用した. その結果, モビリティ伝達関数については単独の6次代数方程式を解く問題に帰着することを発見した. さらに, コンプライアンスとアクセラランスの伝達関数に関しては, 三元連立の代数方程式を解く問題に置き換えられる. これらの方程式は数値的に簡単に解くことができる. これらの解は, 主系減衰がゼロのときには従来の設計式に帰着することが示される.

**Key words** : 動吸振器, 最適設計, 制振,  $H_{\infty}$  最適化, コンプライアンス, モビリティ, アクセラランス

## 1. 緒 言

制振装置としての動吸振器 (DVA: Dynamic Vibration Absorber) は 1883 年に Watts によって考案され<sup>(1)</sup>, 1909 年と 1911 年に Frahm によって最初に特許を取られたとされている<sup>(2)</sup>. その最適化の規範については,  $H_{\infty}$  最適化,  $H_2$  最適化, および安定度最大化の三つに分類できる<sup>(3)</sup>. これらの中で  $H_{\infty}$  最適化は主系の共振点の高さを最小に抑えることを目的とし, 最も早く提案され, 現在でも最も広く採用されている規範である. Ormondroyd と Den Hartog によって 1928 年に提案された  $H_{\infty}$  最適化の近似的手法<sup>(4)</sup>は定点理論と呼ばれている. その方法により, 無減衰系に取付ける単一質量動吸振器に対する最適同調比の式が 1932 年に Hahnkamm<sup>(5)</sup>によって導かれ, その後, 1946 年に Brock<sup>(6)</sup>によって動吸振器の最適減衰比の式が導出された. その解の詳細な導出方法は 1956 年に出版された Den Hartog の著書<sup>(7)</sup>に紹介されている. 彼らが導いた近似解は, 力励振を受ける主系のコンプライアンス伝達関数 (絶対変位応答) の最小化に対する解であったが, その後, モビリティ伝達関数 (絶対速度応答) とアクセラランス伝達関数 (絶対加速度応答) に対する近似解も求められ, それらは 1993 年に出版された専門書にまとめられている<sup>(8)</sup>.

動吸振器の  $H_{\infty}$  最適化に対する厳密解の導出方法は, 1997 年と 2002 年に西原らによって提案された<sup>(9),(10)</sup>. このとき, コンプライアンス伝達関数に対する最適解も呈示され, これによって定点理論による近似解の精

度が極めて高いことが確認された. その後, この西原の方法でモビリティ伝達関数とアクセラランス伝達関数に対する厳密解も導出された<sup>(11)</sup>. 上記の解は, すべて主系に減衰が存在しない特別な場合の解である.

この重要な進展が始まる前に, 主系に含まれる減衰の影響を考慮した  $H_{\infty}$  最適解が提案されたが, それらはすべて数値解<sup>(12)</sup>か摂動近似解<sup>(3)</sup>であり, 現在に至るまで代数解はまだ得られていない. 一方で,  $H_2$  規範<sup>(13)</sup>と安定度規範<sup>(14)</sup>に対しては, 主系に減衰が存在する場合においても厳密な代数解が得られている<sup>(3),(14)</sup>.

最近では動吸振器の性能向上とロバスト性向上の目的から, 多重動吸振器の最適化<sup>(15),(16)</sup>へと研究の興味が移ってきているが, それらの中で, 減衰系に対して直列二重動吸振器の  $H_{\infty}$  最適解の発見<sup>(17)</sup>があった. この発見に威力を発揮したのが, 連立方程式の重根条件を探索するために使われたヤコビ行列である. 今回の研究で, このヤコビ行列を使う方法を単一質量動吸振器の  $H_{\infty}$  最適化に適用したところ, モビリティ伝達関数に対して単独の6次代数方程式が導かれた. この方法は, 数式を用いない従来の数値解法に比べて圧倒的に高速で高精度な解を導くことができる. さらに, コンプライアンスおよびアクセラランス伝達関数に関しては, 三元連立の代数方程式が導かれた. これらの方程式も, 数式処理ソフト *Mathematica* のコマンド “NSolve” で数値的に解ける. 最後に, これら3種類の伝達関数の  $H_{\infty}$  最適解と, 振動系の定常応答特性が示される.