

## 粘弾性の棒、梁および板を伝播する応力波

○堀 口 隆 三      小田 義郎      佐藤 奎都      山口 誉夫  
 (花王(株))      (花王(株))      (花王(株))      (群馬大)

Propagation of stress waves in viscoelastic rods, beams and plates

Ryuzo HORIGUCHI    Yoshiro ODA    Keito SATO    Takao YAMAGUCHI  
 (Kao Corp.)      (Kao Corp.)    (Kao Corp.)    (Gunma Univ.)

粘弾性体の棒の中を伝播する縦波と粘弾性梁中を伝播する曲げ波について、貯蔵弾性率および損失係数と複素波数（実波数と減衰定数）の関係を陽的に表す公式を導出した。棒中の縦波の複素波数は文献データで検証した。曲げ波の複素波数は梁試験片の中央加振試験から得られる周波数応答関数 (mobility) を用いて検証した。伝播方向単位長さあたりの減衰度合いを表す減衰定数は制振性の指標として有用である。減衰定数は特定の損失係数に対して最大値をとる。これらの損失係数の値は縦波で $\sqrt{3}$ 、曲げ波で $\sqrt{5+2\sqrt{5}}=3.078$  である。複素波数公式は粘弾性棒の音響インピーダンスとサンドイッチ板の制振性の評価にも適用できる。

Key words : 貯蔵弾性率, 損失弾性率, 制振, 特性インピーダンス, 中央加振法

### 1. はじめに

粘弾性体中での応力波の伝播と減衰は古くから研究されているが、制振分野では波の伝播と減衰は関心の対象ではなかった。これまで Split Hopkinson pressure bar (SHPB) を用いた材料の衝撃試験分野では 3 要素一般化 Maxwell モデルに対する複素波数の公式が用いられてきた。[1], [2]しかし、多数の緩和モードを持つ一般の粘弾性体に関する複素波数の公式は知られていなかった。とくに大きな損失係数を持つゴム状材料、ゲル、プラスチックフィルムを考える場合には、大きな損失係数を扱う必要がある。本論文では、粘弾性モデルによらず、1 程度以上の大きな損失係数にも適用できるような複素波数（実波数と減衰定数）の公式を示す。

### 2. 細長い粘弾性棒中での波の伝播

#### 2.1 基礎方程式

図1における 1 次元の波動は以下のように表せる。

運動方程式:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0, X = Y(\omega, x) \cdot \exp(i\omega t). \quad (1)$$

ここで、 $X$  は材料の変位 [m];  $x, t, \omega, Y(\omega, x)$  はそれぞれ、位置 [m], 時間 [s], 振動数 [rad/s], および変位振幅 [m]。

$\rho, \sigma(t, x)$  はそれぞれ密度 [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ] と引っ張り応力 [Pa].

引っ張り応力: