制振性能測定のための境界要素法による固有値解析

尾崎 雅亮
(神奈川県産総研)

An Eigen-Value Analysis with BEM for Damping Measurement

Masaaki Ozaki
(KITRI)

制振性能測定用試料の共振振動数を推定するために，片端固定他端自由支持梁の共振振動数の理論的公式が利用される。この公式に含まれるパラメータλは解析的には振動数方程式を解くことで求められるが，超越方程式となるため数値計算でしか得られない。本報告ではこのパラメータλを境界要素法により固有値方程式を構成し，コンピュータで数値計算して求めた。得られたパラメータλは分割数を多く取れば振動数方程式から得られる結果に良く収束した。本法でパラメータλを求めれば，振動数方程式を数値計算することよりも簡単にパラメータλを求められることが判った。

Key Words: 制振性能測定，境界要素法，固有値解析

1．はじめに

制振性能（損失係数）は片端固定他端自由支持された梁型試料の共振振動数において測定される。しかし，計測装置の電気的ノイズや試料の不均一性等のため，本来の共振振動数以外で測定されてしまうこともある。そこで事前に試料の共振振動数が解っていれば誤った共振振動数での測定結果かどうかが判別でき，誤測定を回避できる。片端固定他端自由支持梁の理論的共振振動数は後述のようにパラメータλを含む公式として求められている。本報告では境界要素法(BEM)を利用して片端固定他端自由支持梁の運動方程式を固有値方程式に変換し，それをコンピュータで解くことで前述のパラメータλと同等の値が求められることを示す。

最初に片端固定他端自由支持梁の理論的共振振動数の公式に含まれているパラメータλについて説明する。次に境界要素法を使って運動方程式を境界積分方程式に変換する過程を示す。３番目に境界積分方程式をコンピュータで解くために固有値方程式に導く過程を説明する。また実際に数値計算してパラメータλが解析的に得られるλに収束することを示し，誤差や実用性を確認する。最後に本法の汎用性を確認するために単純支持梁の場合にも同じ方法でパラメータλを求め，その計算結果を評価する。

2．片端固定他端自由支持梁の運動方程式

片端固定他端自由支持梁の運動方程式，初期条件，境界条件を以下に順に示す。

$$\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4}+\frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}=0 \text{---(1)},\quad w\big|_{t=0}=\frac{\partial w}{\partial t}\bigg|_{t=0}=0 \text{--(2)}$$

$$w\big|_{x=0}=\frac{\partial w}{\partial x}\bigg|_{x=0}=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\bigg|_{x=L}=\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\bigg|_{x=L}=0 \text{---(3)}$$

ここで，Eは弾性率，Iは断面２次モーメント，ρは材料密度，Aは梁の断面積，wは梁の変位，xは位置($0\le x\le L$)，tは時間である。解析的方法で(1)式を解くにはよく知られているように$w(x,t)=W(x)\cdot T(t)$の形に変数分離する。そして比例定数λを導入して(4)，(5)式に示す２つの常微分方程式を導く。

$$\frac{d^4W(x)}{dx^4}=\lambda^4W(x),\quad W\big|_{x=0}=\frac{dW}{dx}\bigg|_{x=0}=\frac{d^2W}{dx^2}\bigg|_{x=L}=\frac{d^3W}{dx^3}\bigg|_{x=L}=0 \text{--(4)}$$

$$\frac{d^2T(t)}{dt^2}+\lambda^4\frac{EI}{\rho A}T(t)=0,\quad T\big|_{t=0}=\frac{dT}{dt}\bigg|_{t=0}=0 \text{---(5)}$$

λは(4)，(5)式を解いて求められる。それは振動数方程式$\cos\lambda L\cdot\cosh\lambda L=-1$の根であるが，この式は超越方程式であるため数値計算で求めなければならない。共振振動数f_nはこのλを用い